Задания №4.Общие теоремы динамики точки.

Шарик, принимаемый за материальную точку, движется из положения A внутри трубки, ось которой расположена в вертикальной плоскости. Найти скорость шарика в положениях B, C и давление шарика на стенку трубки в положении C. Трением на криволинейных участках траектории пренебречь. В вариантах 0, 1, 3, 6, 7 шарик, пройдя путь h , отделяется о пружины.

Необходимые для решения данные приведены в таблице 10.

В задании приняты следующие обозначения: m - масса шарика; V_A – начальная скорость шарика; τ - время движения шарика на участке AB(в вариантах 6-8, 24-26) или на участке BD (в вариантах 1-5, 9-23, 27-29); f - коэффициент трения скольжения шарика по стенке трубки; h_0 - начальная деформация пружины; h – наибольшее сжатие пружины; c - коэффициент жесткости пружины.

ПРИМЕЧАНИЕ: номер рисунка соответствующий варианту задается по номеру условия в таблице 10.

Таблица 10

Номер условия-вия	m, кг	V_A, м/с	τ, с	R, м	f	α, град.	β, град.	h_0, см	c, Н/см	Определить	Номер рисунка
0	0,4	0	2	0,2	0,15	30°	-	10	10	V_D	9.0
1	0,6	0	2	0,5	0,15	45°	-	20	14	V_D	
2	0,8	0	2	0,8	0,15	30°	-	14	12	V_D	
3	0,5	0	2	0,7	0,15	60°	-	18	15	V_D	
4	0,4	5	1	1	0,1	30°	-	50	5	V_D	9.1
5	0,2	6	1,5	1,4	0,1	30°	-	45	7	V_D	
6	0,5	4	1,1	1,2	0,1	45°	-	55	4,5	V_D	
7	0,3	7	1,2	1,1	0,1	45°	-	40	6	V_D	
8	0,2	1	0,5	1,5	0,15	30°	60°	0	4	h	9.2
9	0,4	4	0,4	1,3	0,15	30°	60°	0	5	h	
10	0,25	2	0,35	1,35	0,15	30°	60°	0	6	h	
11	0,3	3	0,3	1,4	0,15	45°	60°	0	3	h	
12	0,4	4	0,1	0,5	0.1	30°	60°	0,2	0,2	V_D	9.3
13	0,2	3	0,2	0,5	0.1	30°	60°	0,1	0,2	V_D	
14	0,5	5	0,15	0,5	0,1	40°	60°	0,15	0,3	V_D	
15	0,6	6	0,1	0,5	0.1	45°	60°	0,3	0,4	V_D	

16	*0,2*	*6*	*1*	*1*	*0,3*	*45°*	-	-	*3*	V_D *,h*	*9.4*
17	*0,4*	*8*	*2*	*1*	*0,2*	*45°*	-	-	*4*	V_D *,h*	
18	*0,25*	*7*	*2*	*1*	*0,25*	*40°*	-	-	*4,5*	V_D *,h*	
19	*0,3*	*7*	*1*	*1*	*0,4*	*30°*	-	-	*5*	V_D *,h*	
20	*0,4*	*5*	*0,4*	*2*	*0,2*	*30°*	*60°*	-	-	V_D	*9.5*
21	*0,3*	*4*	*0,5*	*2*	*0,2*	*45°*	*45°*	-	-	V_D	
22	*0.2*	*3*	*0,2*	*2*	*0,2*	*45°*	*45°*	-	-	V_D	
23	*0,5*	*6*	*0,3*	*2*	*0,2*	*30°*	*60°*	-	-	V_D	
24	*0,3*	*0*	*0,1*	*1*	*0,1*	*30°*	*60°*	*50*	*10*	V_D	*9.6*
25	*0,4*	*0*	*0,1*	*1*	*0,3*	*60°*	*30°*	*60*	*12*	V_D	
26	*0,5*	*0*	*0,15*	*1*	*0,15*	*45°*	*45°*	*50*	*11*	V_D	
27	*0,2*	*0*	*0,2*	*1*	*0,2*	*45°*	*45°*	*70*	*14*	V_D	
28	*0,2*	*0*	*0,1*	*1*	*0,2*	*30°*	-	*40*	*1*	V_D	*9.7*
29	*0,4*	*0*	*0,1*	*2*	*0,3*	*45°*	-	*50*	*2*	V_D	
30	*0,3*	*0*	*0,1*	*1,5*	*0,25*	*45°*	-	*40*	*2*	V_D	
31	*0,5*	*0*	*0,1*	*3*	*0,4*	*30°*	-	*60*	*3*	V_D	
32	*0,2*	*10*	*1*	*0,5*	*0,1*	*60°*	-	*0*	*1,2*	*h*	*9.8*
33	*0,1*	*8*	*2*	*0,3*	*0,2*	*30°*	-	*0*	*1,1*	*h*	
34	*0,4*	*13*	*3*	*0,4*	*0,3*	*45°*	-	*0*	*1,4*	*h*	
35	*0,3*	*14*	*1*	*0,6*	*0,1*	*45°*	-	*0*	*1,3*	*h*	
36	*0,4*	*1*	*0,2*	*0,2*	*0,4*	*45°*	-	*0*	*1,1*	V_D *,h*	*9.9*
37	*0,6*	*4*	*0,2*	*0,4*	*0,3*	*30°*	-	*0*	*1,3*	V_D *,h*	
38	*0,3*	*2*	*0,15*	*0,3*	*0,4*	*45°*	-	*0*	*1,4*	V_D *,h*	
39	*0,5*	*3*	*0,3*	*0,3*	*0,2*	*60°*	-	*0*	*1,2*	V_D *,h*	

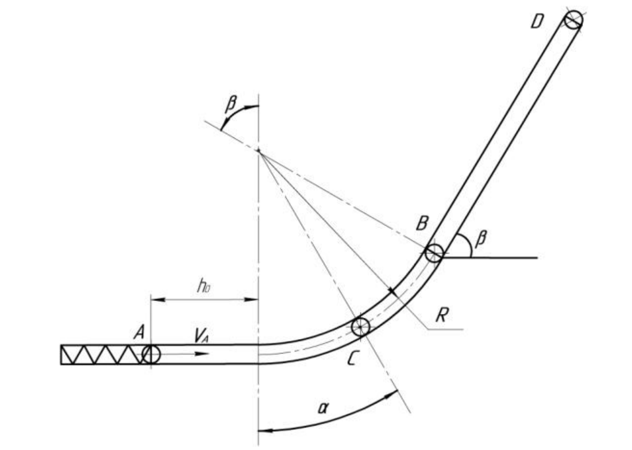


Рис.8.0

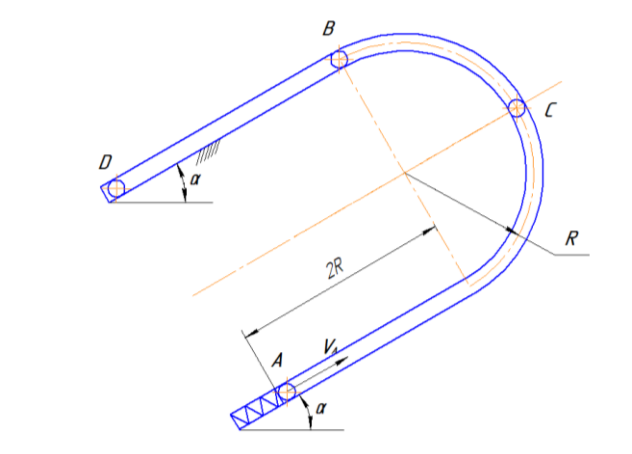


Рис.8.1

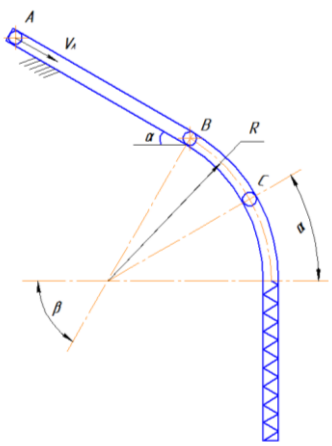


Рис.8.2

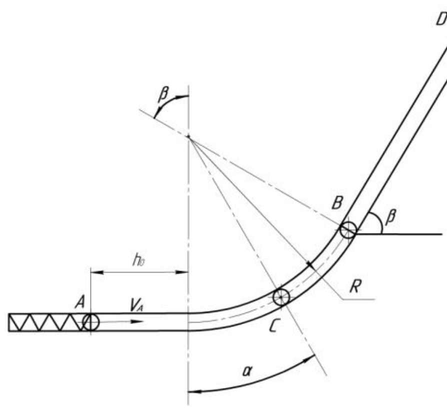


Рис.8.3

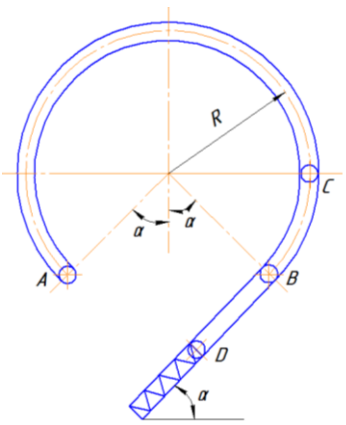


Рис.8.4

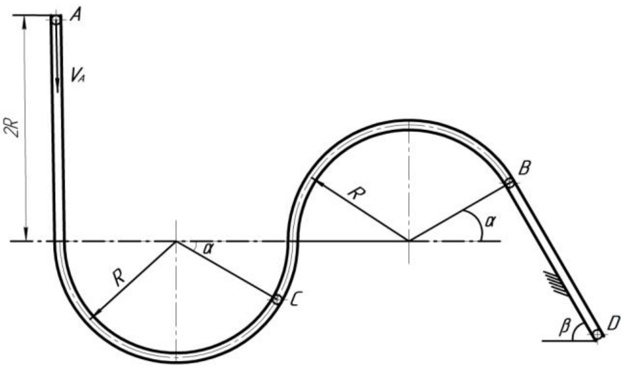


Рис.8.5

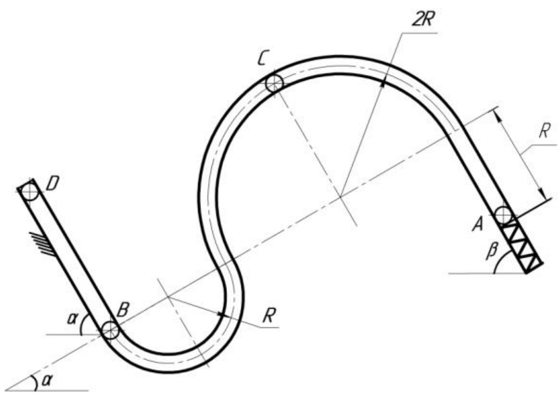


Рис.8.6

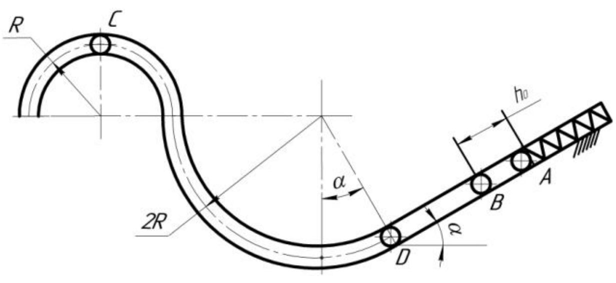


Рис.8.7

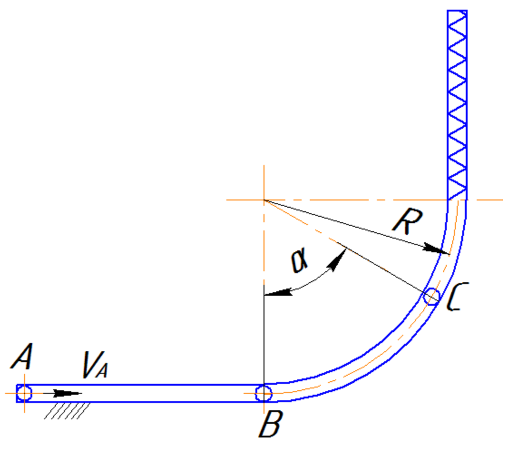


Рис.8.8

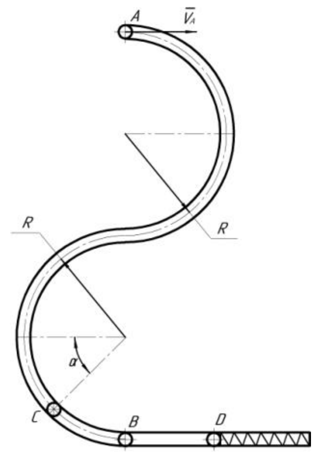


Рис.8.9

Пример выполнения задания №7.

Дано: $m = 0{,}5$ *кг*; $V_A = 0{,}8$ *м/с*;
$\tau = 0{,}1$ *с* (время движения на участке BD);
$R = 0{,}2$ *м*; $f = 0{,}1$; $\alpha = 60°$; $\beta = 30°$;
$h_0 = 0$; $c = 10$ *Н/см* == 1000 *Н/м*.
Определить V_B, V_C, N_C, V_D, h.

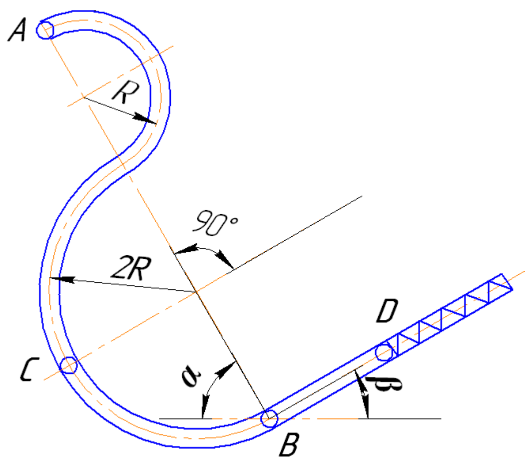
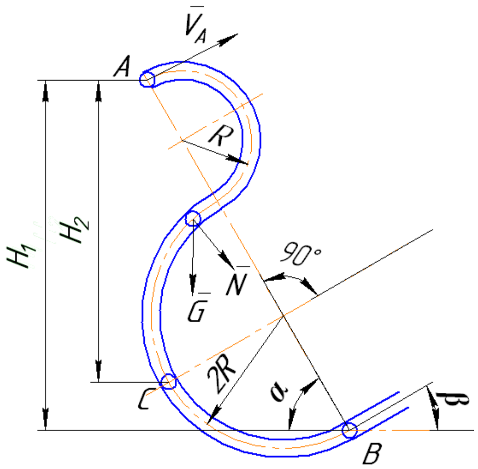


Рис.9.10.

Решение.

1. Для определения V_B, и V_C применим теорему об изменении кинетической энергии материальной точки. Движение шарика на участках AC и AB траектории (рис.9.11) происходит под действием силы тяжести G (силы трения на криволинейных участках не учитываем):

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = \sum A_k, \qquad (1)$$



Где $\sum A_k = G \cdot H_1 = mg \cdot AB \cdot \sin\alpha = mg \cdot 6R \cdot \sin\alpha$.

Рис.9.11.

Преобразуем выражение (1): $V_B^2 - V_A^2 = 2 \cdot mg \cdot 6R \cdot \sin\alpha$. (2)

Подставим численные значения величин входящие в формулу (2) и найдем V_B:

$$V_B=4{,}59\ м/с.$$

Аналогично найдем скорость шарика в положении С (V_B).

$$\frac{mV_C^2}{2}-\frac{mV_A^2}{2}=\sum A_k=G\cdot H_2=mg(4R\cdot\sin\alpha+2R\cdot\cos\alpha);$$

$$V_C^2-V_A^2=4\cdot g\cdot R(2\sin\alpha+\cos\alpha);$$

$$V_C=4{,}26\ м/с.$$

2. Определяем давление шарика на стенку канала в положении С.

Для этого используем принцип Даламбера для материальной точки, в соответствии с которым геометрическая сумма сил, приложенных к точке, и силы инерции этой точки равна нулю:

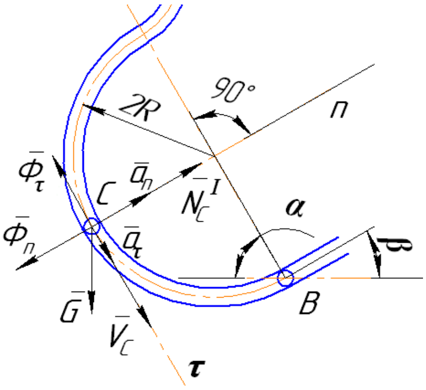


Рис.9.12.

$$\vec{G}+\vec{N}_C^1+\vec{\Phi}=0. \qquad (3)$$

Силу инерции материальной точки (Φ) разложим на нормальную и касательную составляющие:

$$\vec{\Phi}=\vec{\Phi}_n+\vec{\Phi}_\tau.$$

3. Составим уравнение равновесия сил приложенных к шарику в положении С в проекции на ось х:

$$N_C^1-G\cdot\cos 60^\circ-\Phi_n=0.$$

Отсюда

$$N_C^1=G\cdot\cos 60^\circ+\Phi_n=mg\cdot\cos 60^\circ+\frac{m\cdot V_C^2}{2R},$$

тогда $$N_C^1=25{,}2\,H.$$

Надо также иметь ввиду, что эту же реакцию можно определить с помощью естественного дифференциального уравнения движения:

$$\frac{mV_C^2}{2R}=\sum F_{kn},\ или$$

$$\frac{mV_C^2}{2R}=N_C^1-G\cdot\cos 60^\circ.$$

Отсюда

$$N_C^1 = G \cdot \cos 60^\circ + \frac{m \cdot V_C^2}{2R}.$$

4. Скорость шарика в положении D найдем, применив на участке BD теорему об изменении количества движения материальной точки (рис.9.13):

$$mV_{Dx} - mV_{Bx} = \Sigma S_{кx}.$$

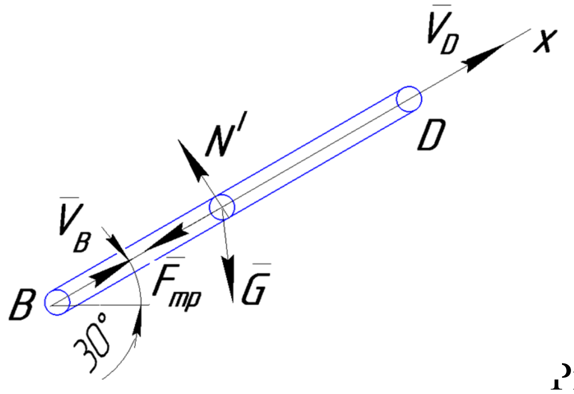


Рис.9.13.

При движения шарика на этом участке к нему приложены сила тяжести G, реакция стенки трубки N' и сила трения $F_{тр}$:

$$F_{тр} = f \cdot N' = f \cdot G \cdot \cos\beta.$$

Так как шарик двигается по прямолинейному участку, то

$$V_{Dx} = V_D, \quad V_{Bx} = V_B,$$

$$\Sigma S_{kx} = -G \cdot \sin\beta \cdot t - F_{тр} \cdot t = -mg \cdot \sin\beta \cdot t - f \cdot mg \cdot \cos\beta \cdot t,$$

тогда

$$mV_{Dx} - mV_{Bx} = -mg \cdot \sin\beta \cdot t - f \cdot mg \cdot \cos\beta \cdot t,$$

получим $V_D = 4{,}01$ *м/с.*

4. Максимальное сжатия пружины ***h*** найдем при движении шарика на участке DE (рис.9.14.) с использованием теоремы об изменении кинетической энергии материальной точки:

$$\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_D^2}{2} = \sum A_k = -\frac{ch^2}{2} - G \cdot H_3 - F_{тр} \cdot h.$$

Учтём, что $V_E = 0$ и $H_3 = h \cdot \sin\beta$ и получим

$$\frac{ch^2}{2} + G(\sin\beta + f \cdot \cos\beta)h - \frac{mV_D^2}{2} = 0.$$

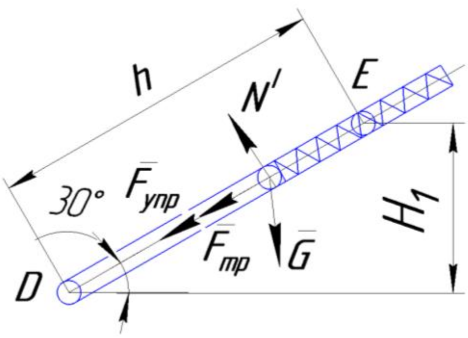


Рис.9.14.

Преобразуем формулу:

$$h^2 + h \cdot \frac{2G(\sin\beta + f \cdot \cos\beta)}{c} - \frac{mV_D^2}{c} = 0.$$

Решим полученное квадратное уравнение относительно h и получим

$$h = (-0{,}003 \pm 0{,}090)\ м.$$

Принимаем в качестве искомой величины положительный корень квадратного уравнения, получим:

$$h = -0{,}003 + 0{,}090 = 0{,}087\ м.$$

Ответ: $V_B = 4{,}59$ *м/с*, $V_C = 4{,}26$ *м/с*, $N_C^1 = 25{,}2\ H$,
$V_D = 4{,}01$ *м/с*, $h = 0{,}087$ *м.*